２０２３年

数　　学

1 次の(1)～(10)に答えなさい。(42点)

(1) 次の **ア** ～ **オ** を計算しなさい。

ア $-9+4$

イ $(-6)\div\dfrac{3}{5}\times5$

ウ $\dfrac{3x+y}{2}-\dfrac{6x-2y}{5}$

エ $3x(x+5)+(x+4)^2$

オ $\sqrt{5}\times\sqrt{10}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

(2) $x^2-8x+12$ を因数分解しなさい。

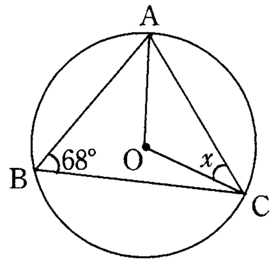
(3) $a=\sqrt{5}+2$ のとき，$3(a+4)-(5a+7)$ の値を求めなさい。

(4) 二次方程式 $2x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

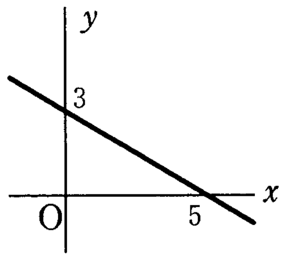
(5) ある水族館の入館料は，おとな1人が x 円，子ども1人が y 円である。おとな3人と子ども5人の入館料の合計が5000円以下であるとき，この数量の関係を，不等式を使って表しなさい。

(6) 正九角形の１つの内角の大きさを求めなさい。

(7) 右図において，３点 A，B，C は点 O を中心とする円の周上の点である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(8) 右図の直線の式を求めなさい。



(9) $3<\sqrt{n}<4$ となる自然数 n の個数を求めなさい。

(10) 右の表は，あるクラスの生徒 40 人の通学時間を度数分布表に表したものである。このクラスの通学時間の中央値が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

通学時間 (分)	度数 (人)
以上　未満 0 ～ 5	2
5 ～ 10	5
10 ～ 15	12
15 ～ 20	11
20 ～ 25	7
25 ～ 30	3
合計	40

2 次の(1)，(2)に答えなさい。(16点)

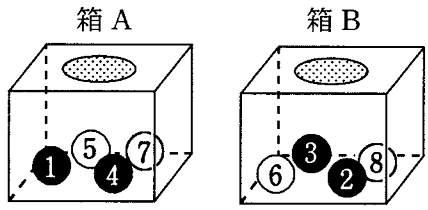
(1) あるクラスでは，クッキー10枚入り1セットを250円，ケーキ2個入り1セットを320円として，計60セットを文化祭で販売した。すると，用意したすべてのセットが売れ，売上げ合計額は16680円だった。次の**ア**，**イ**に答えなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

ア クッキー10枚入りをxセット，ケーキ2個入りをyセットとして，問題に含まれる数量関係を連立方程式で表しなさい。

イ クッキーとケーキはそれぞれ何セット売れたか，求めなさい。

(2) 右図のように，1から4までの数が書かれた赤玉4個と，5から8までの数が書かれた白玉4個が，2つの箱A，Bに入っている。

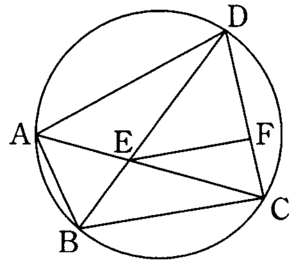
箱Aから玉を1個取り出して箱Bに入れ，続けて，箱Bから玉を1個取り出して箱Aに入れるとき，次の**ア**，**イ**に答えなさい。ただし，箱A，Bからどの玉が取り出されることも，同様に確からしいとする。



ア 箱Aに赤玉が3個，白玉が1個入っている確率を求めなさい。

イ 箱Aに入っている玉に書かれている数の合計と箱Bに入っている玉に書かれている数の合計が等しくなる確率を求めなさい。

3 右の図で，4点A，B，C，Dは円周上にあり，点Eは線分AC，BDの交点である。また，点Fは線分CD上にあり，EF∥BC を満たしている。次の(1)，(2)に答えなさい。(16点)



(1) △ABD ∽ △FCE であることを，次の［　　］のように証明した。

［(i)］～［(iii)］に適切な内容をそれぞれ入れなさい。

［証明］ △ABD と △FCE において

$\overset{\frown}{AD}$ に対する［(i)］は等しいので，∠ABD＝∠FCE ……①

$\overset{\frown}{AB}$ に対する［(i)］は等しいので，∠ADB＝∠BCE ……②

EF∥BC より，平行線の［(ii)］は等しいので，∠BCE＝∠FEC ……③

②，③から，∠ADB＝∠FEC ……④

①，④から，［(iii)］ので，

△ABD ∽ △FCE

(2) 線分BDが円の直径で，BC＝DE＝6 cm，BE＝2 cm のとき，

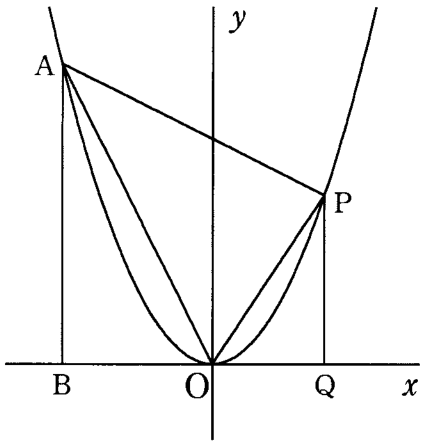
ア 線分CDの長さを求めなさい。

イ △BCDを直線BCを軸として1回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

ウ 線分CFと線分EFの長さを，それぞれ求めなさい。

エ △ABDと△FCEの面積比を最も簡単な整数比で答えなさい。

4 右の図で，放物線は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，2点A，Pは放物線上の点で，点Aの座標は$(-4,\ 32)$，点Pのx座標は正である。また，2点B，Qはx軸上の点で，線分AB，PQはともにx軸に垂直である。次の(1)～(4)に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを1 cmとする。(12点)



(1) aの値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ のxの変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，yの変域を求めなさい。

(3) 点Pのx座標が1であるとき，四角形ABQPの面積を求めなさい。

(4) $\triangle$OAPの面積が33 cm^2のとき，点Pのx座標を求めなさい。

$\boxed{5}$ 次の［点線の枠］は「1 から 100 までの連続する 100 個の自然数の和 S を求めなさい。」という問いに対する聖さんの解答と，聖さん，愛さん，先生の会話である。後の（1），（2）に答えなさい。ただし，a，n は自然数とする。（14 点）

［**聖さんの解答**］　$S=\ 1+\ 2+\ 3+\cdots\cdots+99+100$

逆から加えても和は変わらないので，

$$S=100+99+98+\cdots\cdots+\ 2+\ 1$$

この 2 つの式の右辺を縦に見ると，どの列も 2 つの数の和は 101 で，列 は 100 列あるから，

この 2 つの式を加えると　$2S=101\times100$

よって　$S=\dfrac{101\times100}{2}=5050$　……(答)

愛さん「同じ方法で計算したら，1 から n までの連続する n 個の自然数の和は $\dfrac{n(n+\boxed{\text{ア}})}{2}$ になることがわかりました。」

先　生「それでは，先頭の数を a にして，a から連続する n 個の自然数としたら，その和 T はどうなるかな？」

愛さん「その場合は，$T=a+(a+1)+(a+2)+\cdots\cdots$，ちょっと難しそうですね。」

先　生「それぞれの数から $a-1$ を引いた数の和を考えてみたらどうだろう。」

聖さん「それぞれの数から $a-1$ を引いた数の和は，$1+2+3+\cdots\cdots+n$，ということは，

$$T=(a-1)\times n+\frac{n(n+\boxed{\text{ア}})}{2}，つまり\ T=\frac{n(\boxed{\text{イ}}a+n-\boxed{\text{ウ}})}{2}\quad\cdots\cdots①$$

ですね。」

（1）文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に適切な数をそれぞれ入れなさい。

（2）次の $\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ に適切な内容をそれぞれ入れなさい。ただし，$\boxed{\text{エ}}$ には「偶数」または「奇数」のどちらかが入る。

和 T が 100 になるような連続する自然数の組を 1 組求めたい。① に $T=100$ を代入して整理すると，

$$n(\boxed{\text{イ}}a+n-\boxed{\text{ウ}})=200$$

すなわち　$n(\boxed{\text{イ}}a+n-\boxed{\text{ウ}})=2^3\cdot5^2$

n を偶数とすると，$\boxed{\text{イ}}a+n-\boxed{\text{ウ}}$ は $\boxed{\text{エ}}$ である。したがって

$$\begin{cases} n=\boxed{\text{オ}} \\ \boxed{\text{イ}}a+n-\boxed{\text{ウ}}=\boxed{\text{カ}} \end{cases}$$

この連立方程式を解いて，

$$n=\boxed{\text{オ}},\ a=\boxed{\text{キ}}$$

よって，和 T が 100 になるような 1 組の連続する自然数を小さい順に並べると $\boxed{\text{ク}}$ となる。